Auto-correction des exercices mathématiques : seconde 2

Corrigé exercice 50 :

Pour résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$, on lit les abscisses des éventuels points de la courbe de f qui ont pour ordonnée k.

1. On obtient successivement pour chacune des courbes :

	$f(x) = -0,5$	$f(x) = 0$	$f(x) = 1$	$f(x) = 2$
a.	$x = -0,8$	$x = -0,7$	$x = -0,3$	$x = 0$
b.	$x = 1$	$x = 0,8$	$x = 0$	$x = -0,8$
c.	$\emptyset$	$x = 0$	$x = -1$ ou $x = 1$	$x = -1,4$ ou $x = 1,4$
d.	$x = -0,4$; $x = 0,6$ ou $x = 1,8$	$x = 0$ ou $x = 2$	$x = 2,2$	$x = 2,3$

2.

   a. Pour tout $k \in \mathbb{R}$, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution.

   b. Pour tout $k < 0$, l'équation $f(x) = k$ n'admet aucune solution.
   Pour $k = 0$, l'équation $f(x) = k$ admet une seule solution.
   Pour tout $k > 0$, l'équation $f(x) = k$ admet deux solutions.

c. Pour tout $k \in \mathbb{R}$, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution.

d. Pour tout $k \in]-\infty\,;-1,2[\cup]0\,;+\infty[$, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution.
Pour $k = 0$ ou $k = -1,2$, l'équation $f(x) = k$ admet deux solutions.
Pour tout $k \in]-1,2\,;0[$, l'équation $f(x) = k$ admet trois solutions.

Corrigé exercice 52 :

Pour résoudre graphiquement les équations du type $f(x) = g(x)$, on lit les abscisses des éventuels points d'intersection de la courbe de f et de la courbe de g.

a. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x \approx -0,6$.

b. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 3$.

Corrigé exercice 53 :

1. $f(x)=g(x) \Leftrightarrow 2x+3=5 \Leftrightarrow 2x=2 \Leftrightarrow x=1$.
   La courbe de f et celle de g ont un seul point d'intersection d'abscisse 1. Son ordonnée est $f(1)=g(1)=5$.
2. $f(x)=g(x) \Leftrightarrow 3x-2=-4x+\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow 7x=\dfrac{1}{3}+2=\dfrac{7}{3}$ soit
   $f(x)=g(x) \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{3}\div 7=\dfrac{1}{3}$.
   La courbe de f et celle de g ont un seul point d'intersection d'abscisse $\dfrac{1}{3}$. Son ordonnée est $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=g\left(\dfrac{1}{3}\right)=-1$.
3. $f(x)=g(x) \Leftrightarrow 9x^2=6x-1 \Leftrightarrow 9x^2-6x+1=0 \Leftrightarrow (3x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$.
   La courbe de f et celle de g ont un seul point d'intersection d'abscisse $\dfrac{1}{3}$. Son ordonnée est $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=g\left(\dfrac{1}{3}\right)=1$.
4. $f(x)=g(x) \Leftrightarrow 2x^3-x=3x^2-x \Leftrightarrow 2x^3=3x^2$
   $\Leftrightarrow 2x^3-3x^2=0 \Leftrightarrow x^2(2x-3)=0$ donc
   $f(x)=g(x) \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } 2x-3=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=\dfrac{3}{2}$.
   La courbe de f et celle de g ont deux points d'intersection d'abscisse respective 0 et $\dfrac{3}{2}$.
   L'ordonnée du premier point est $f(0)=g(0)=0$ et l'ordonnée du deuxième point est
   $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=g\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{21}{4}$.

Corrigé exercice 54 :

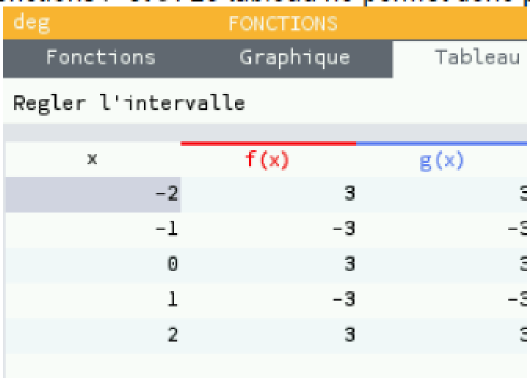
1. On observe que la hauteur du sable ne varie plus au bout de 500 secondes. Il s'agit donc du temps nécessaire pour que le sable s'écoule entièrement (on peut noter que 500 s = 8 min 20 s).
2. 2 min correspond à 120 s : on lit approximativement 6 cm.
   5 min correspond à 300 s : on lit approximativement 15 cm.
   À mi-temps d'écoulement, cela signifie au bout de 250 s : on lit approximativement 12,5 cm.
3. La hauteur totale du sable étant de 25 cm, la mi-hauteur correspond à 12,5 cm. On cherche donc t tel que $H(t)=12,5$. On trouve $t=250$ s, ce qui est cohérent avec la question précédente.
4.
   a. 3 min 30 s = 210 s : la hauteur correspondante est approximativement 10,5 cm.
      5 min 30 s = 330 s : la hauteur correspondante est approximativement 16,5 cm.
      Ainsi, lorsque $210 \leqslant t \leqslant 330$, on a $10,5 \leqslant H \leqslant 16,5$.
   b. Lorsque $H=10$, on a $t=200$ et lorsque $H=15$, on a $t=300$. Donc lorsque $10 \leqslant H \leqslant 15$, on a $200 \leqslant t \leqslant 300$.

Corrigé exercice 57 :

1. Avec la formule donnée et la calculatrice, on trouve : $E(8) \approx 6,1 \times 10^{17}$ J, $E(8,5) \approx 4,2 \times 10^{18}$ J et $E(9) \approx 2,8 \times 10^{19}$ J.
2.
   a. Par lecture graphique, on lit l'image de 9,1 et on trouve : $E(9,1) \approx 4,2 \times 10^{19}$ J.
   b. $\dfrac{E(9,1)}{E(5)} = 7 \times 10^{6}$ soit 7 millions. L'énergie du séisme de Fukushima est donc bien environ 7 millions de fois plus importante que l'énergie des plus forts séismes en France métropolitaine.
3. Par lecture d'antécédent de 15×10^{19}, on trouve une magnitude d'environ 9,42.

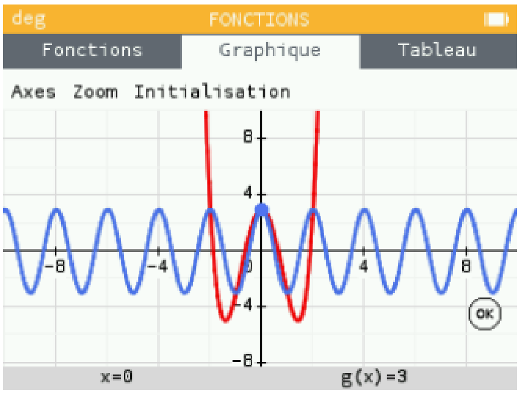
Corrigé exercice 63 :

1. En vérifiant à l'aide de la calculatrice, on constate que les images des entiers -2 ; -1 ; 0 ; 1 et 2 sont égales par les fonctions f et g. Le tableau ne permet donc pas de conclure.



x	f(x)	g(x)
-2	3	3
-1	-3	-3
0	3	3
1	-3	-3
2	3	3

2. On en déduit que les courbes des fonctions f et g ont au moins cinq points d'intersection dont les coordonnées sont données par le tableau.
3. On peut tracer les courbes représentatives des deux fonctions pour voir ce qu'il se passe.

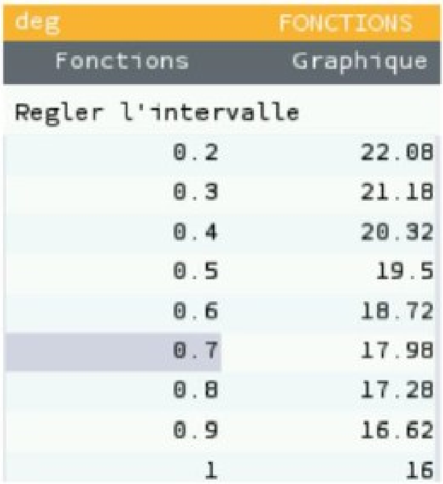


On constate que les différences sont beaucoup plus marquées en dehors de valeurs données par le tableau. En donnant par exemple l'image de 3, il devient plus aisé de différencier les deux fonctions.

Corrigé exercice 68 :

1. D'après l'énoncé, on en déduit que $x \geqslant 0$ et $x \leqslant 4$ donc $x \in [0\,;4]$.
2. Pour calculer l'aire du parallélogramme $EFGH$, on utilise l'aire du rectangle $ABCD$ et on retranche l'aire des quatre triangles rectangles blancs. Ainsi, pour tout $x \in [0\,;4]$:
$S(x) = 6 \times 4 - 2 \times \dfrac{(6-x)x}{2} - 2 \times \dfrac{(4-x)x}{2} = 24 - x(6-x) - x(4-x)$. En développant, on obtient pour tout $x \in [0\,;4]$:
$S(x) = 24 - 6x + x^2 - 4x + x^2 = 24 - 10x + 2x^2$.
3. $S\left(x\right) = 12$ pour $x = 2$ et $x = 3$.
$S\left(x\right) = 16$ pour $x = 1$ et $x = 4$.
$S\left(x\right) = 11,5$ pour $x = 2,5$.
$S\left(2,5\right) = 24 - 10 \times 2,5 + 2 \times 2,5^2 = 11,5$ ce qui corrobore de façon exacte le résultat

précédent obtenu par lecture graphique.
4. Pour faire les représentations graphiques, on part toujours du rectangle $ABCD$ et on trace le parallélogramme en utilisant les valeurs de x trouvées dans la question précédente.
5. $\dfrac{3}{4} \times 24 = 18$ donc on cherche x tel que $S(x) = 18$.
La calculatrice nous donne $x \approx 0,7$.


deg FONCTIONS
Fonctions Graphique
Regler l'intervalle

0.2	22.08
0.3	21.18
0.4	20.32
0.5	19.5
0.6	18.72
0.7	17.98
0.8	17.28
0.9	16.62
1	16