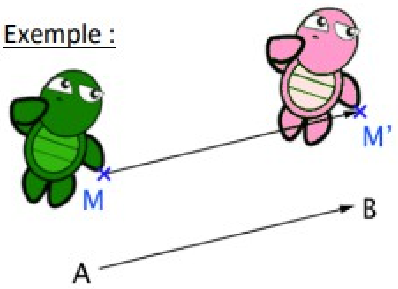
Les vecteurs

Partie 1 : Notion de vecteur

1. Translation (Rappel)

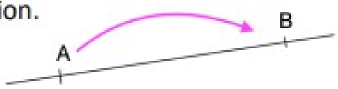
Définition :
Une **translation** fait glisser une figure selon une direction, un sens et une longueur donnée, schématisé par une flèche.

Exemple :



M' est l'image de M par la translation qui envoie A en B.

Ne pas confondre **direction** et **sens** :
Par exemple :
La **droite (AB)** définit une direction.
De A vers B définit un sens.



2. Définition et propriétés :

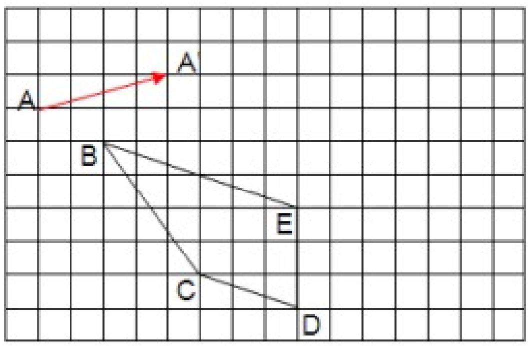
Définition :
La flèche qui définit la translation s'appelle un **vecteur**.
Un vecteur est défini selon :
- une direction,
- un sens,
- une longueur.

La tortue rose est l'image de la tortue verte par la translation de vecteur noté $\overrightarrow{AB}$.

Méthode : Construire l'image d'une figure par une translation

Vidéo https://youtu.be/8Jb9cMOeYSk

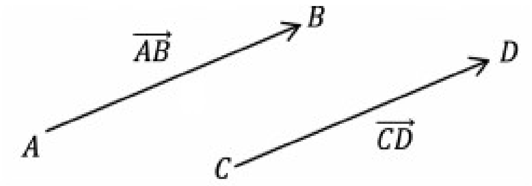
Soit la translation définie par le vecteur $\overrightarrow{AA'}$.
Construire l'image B'C'D'E' du trapèze BCDE par cette translation.



3. Vecteurs égaux

Définition :
Des vecteurs sont **égaux** lorsqu'ils ont même

Exemple :
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux.
On note : ________



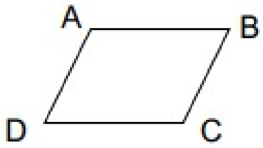
On dit dans ce cas que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont des représentants d'un même vecteur.
On peut noter plus simplement ce vecteur à l'aide d'une seule lettre : $\vec{u}$.
Et on a : $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Définition :
La longueur d'un vecteur est appelée la

Méthode : Construire un point défini à partir de vecteurs

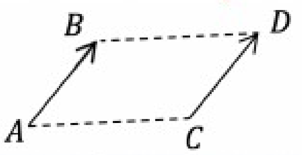
Vidéo https://youtu.be/zcQPz4dfnn0

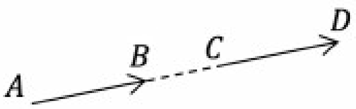
À partir du parallélogramme $ABCD$, construire les points E, F, G et H tels que :
$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$
$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC}$
$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{BC}$



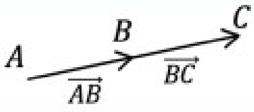
Correction

Propriété du parallélogramme :
Dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux revient à dire que le quadrilatère AB**DC** est un parallélogramme, éventuellement aplati.





Propriété du milieu :
Dire que B est le milieu du segment $[AC]$ revient à dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont égaux.



Méthode : Utiliser des propriétés sur les vecteurs

Vidéo https://youtu.be/XokpP_8mTOE

$ABCD$ et $AFBD$ sont deux parallélogrammes.
a) Réaliser une figure.
b) Démontrer que B est le milieu du segment $[CF]$.

4. Vecteur nul

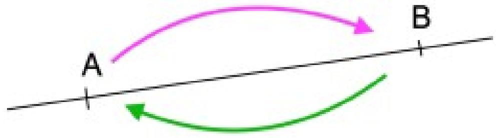
Définition :

On note :

Remarque :

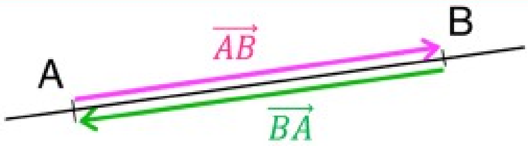
5. Vecteurs opposés

Il ne faut pas confondre sens et direction !
Une droite définit une direction, ci-dessous la direction de la droite (AB).
Cependant une direction possède



Définition : Deux vecteurs sont ______ lorsqu'ils ont la même direction, la même longueur et qu'ils sont de sens contraire.

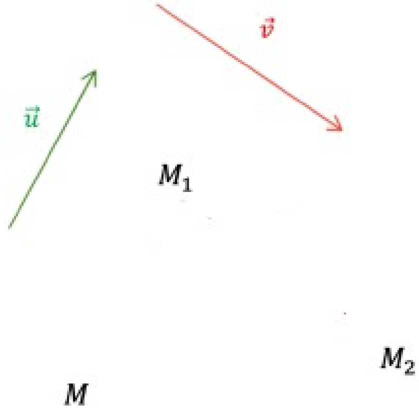
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont des vecteurs ____________
On note ____________



Exercice ABC est un triangle.
a) Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Que peut-on dire du quadrilatère $ADBC$?
b) Construire le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$.

Partie 2 : Somme de vecteurs

1. Exemple avec les translations



Soit t_1 la translation de vecteur $\vec{u}$
et t_2 la translation de vecteur $\vec{v}$.

Appliquer la translation t_1 puis la translation t_2 :

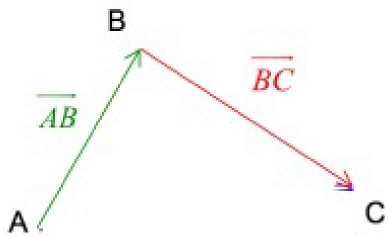
$$M \quad \longmapsto \quad M_1 \quad \longmapsto \quad M_2$$

revient à appliquer la translation t de vecteur :

$$M \quad \longmapsto \quad M_2$$

L'enchaînement de deux translations de vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est la translation de vecteurs noté

2. Addition de deux vecteurs



Exemple :
Sur la figure, on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$
La somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ construit bout à bout est égale au vecteur $\overrightarrow{AC}$.

Remarques :

- L'égalité précédente porte le nom de

Méthode : Appliquer la relation de Chasles (non exigible)

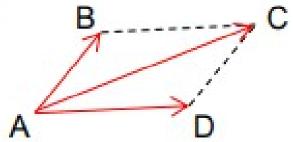
Vidéo https://youtu.be/fbVrdYiY0qc

Simplifier les écritures :

a) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN}$ b) $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{AM}$ c) $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{KO} + \overrightarrow{NK}$
d) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM}$ e) $\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{OP}$ f) $\overrightarrow{KN} - \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OK}$

Propriété caractéristique du parallélogramme :

Dire que $ABCD$ est un parallélogramme revient à dire que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$,



Démonstration :

D'après la relation de Chasles, l'égalité $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ peut s'écrire :

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

Soit $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$,

soit encore : $ABCD$ est un parallélogramme.

3. Soustraction de deux vecteurs

Exemple :

Pour effectuer la différence des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on passe à la somme :

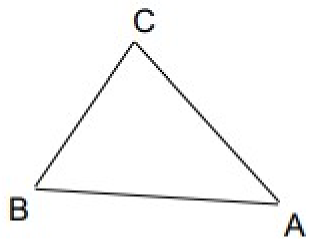
$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$.

Méthode : Construire un point défini à partir d'une somme de vecteurs

Vidéo https://youtu.be/nzABUzFM6p8

Soit un triangle ABC.

Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$



Partie 3 : Produit d'un vecteur par un réel

Exemple 1 :
$5\vec{u}$ est la somme de 5 vecteurs $\vec{u}$.
On a :
$5\vec{u} = \vec{u} + \vec{u} + \vec{u} + \vec{u} + \vec{u}$

Remarques :
- Les vecteurs $5\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont la ____________________
- La norme du vecteur $5\vec{u}$ est égale à 5 fois la norme du vecteur $\vec{u}$.

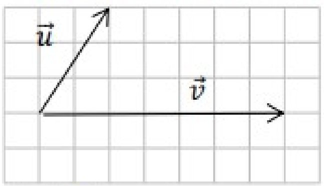
Exemple 2 :
$-3\vec{u}$ est la somme de 3 vecteurs $-\vec{u}$.
On a :
$-3\vec{u} =$

Remarque :
- Les vecteurs $\vec{u}$ et $-3\vec{u}$ ont

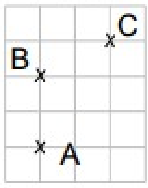
Méthode : Représenter un vecteur défini comme produit et somme de vecteurs

Vidéo https://youtu.be/1C6KEwbO-b8

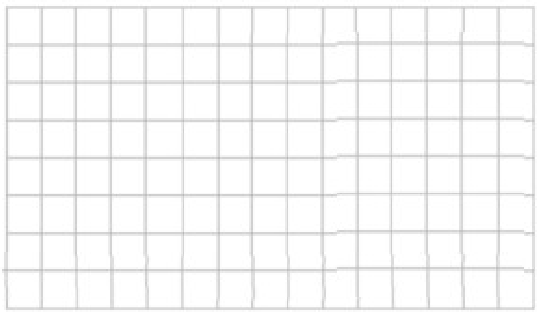
a) Soit deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
Représenter les vecteurs suivants :
$2\vec{u}$, $-\vec{v}$, $2\vec{u} - \vec{v}$.



b) Soit trois points A, B et C.
Représenter le vecteur $\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AC}$.



Correction
a) •

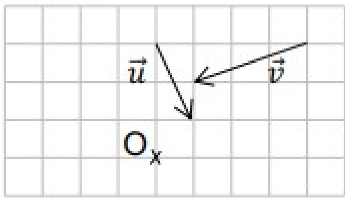


b) Pour représenter le vecteur $\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AC}$ ou $\overrightarrow{BC} + (-3\overrightarrow{AC})$, on place bout à bout les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $-3\overrightarrow{AC}$.

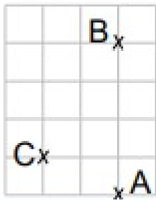
Méthode : Construire un point vérifiant une égalité vectorielle

Vidéo https://youtu.be/JxYpPE6iPEA

a) Soit deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et un point O.
Construire le point A tel que $\overrightarrow{OA} = 3\vec{u} - \vec{v}$.



b) Soit trois points A, B, C du plan.
Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.



Partie 4 : Notion de colinéarité

Exemple :

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction, on dit qu'ils sont colinéaires.

Définition :

Remarque : Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur du plan.

Méthode : Démontrer que des vecteurs sont colinéaires

Vidéo https://youtu.be/FjUbd9Pbhmg

On donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, tel que : $-4\vec{u} + 3\vec{v} = \vec{0}$.
Démontrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.