Tout le cours sur les équations en vidéo : https://youtu.be/WoTpA2RyuVU

Partie 1 : Équations du premier degré

But : Trouver x !
C'est-à-dire : isoler x dans l'équation pour arriver à :
x = nombre

Méthode : Résoudre une équation du premier degré

Vidéo https://youtu.be/quzC5C3a9jM

Résoudre les équations : a) $-5x + 3 = -3x + 2$
b) $3(x + 4) = -(x + 5) + 2$

Correction

1) $-5x + 3 = -3x + 2$
$-5x + 3x = 2 - 3$ ← On ramène les « x » à gauche et les « nombres » à droite.
$-2x = -1$ ← Réduire
$x = \frac{-1}{-2}$ ← On divise par -2.
$x = \frac{1}{2}$

2) $3(x + 4) = -(x + 5) + 2$
$3x + 12 = -x - 5 + 2$ On applique la distributivité
$3x + x = -12 - 5 + 2$
$4x = -15$
$x = -\frac{15}{4}$

Partie 2 : Équation-produit

➤ Équation du type : $P(x) \times Q(x) = 0$, où $P(x)$ et $Q(x)$ sont des expressions littérales.

Propriété : Si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$.

Autre formulation :
Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Méthode : Résoudre une équation-produit

Vidéo https://youtu.be/EFgwA5f6-40
Vidéo https://youtu.be/sMvrUMUES3s

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a) $(4x+6)(3-7x)=0$
b) $(3x+1)(1-6x)-(3x+7)(3x+1)=0$
c) $5x^2-4x=0$

Correction
a) $(4x+6)(3-7x)=0$
Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Soit : $4x+6=0$ ou $3-7x=0$

$4x=-6$ $\qquad$ $-7x=-3$

$x=-\frac{6}{4}$ $\qquad$ $x=\frac{-3}{-7}$

$x=-\frac{3}{2}$ $\qquad$ $x=\frac{3}{7}$

L'équation a deux solutions : $-\frac{3}{2}$ et $\frac{3}{7}$.
On note : $S=\left\{-\frac{3}{2}\,;\,\frac{3}{7}\right\}$.

b) On commence par factoriser l'expression pour se ramener à une équation-produit :
$(3x+1)(1-6x)-(3x+7)(3x+1)=0$
$(3x+1)[(1-6x)-(3x+7)]=0$
$(3x+1)(1-6x-3x-7)=0$
$(3x+1)(-9x-6)=0$
Soit : $3x+1=0$ ou $-9x-6=0$

$3x=-1$ $\qquad$ $-9x=6$

$x=-\frac{1}{3}$ $\qquad$ $x=\frac{6}{-9}=-\frac{2}{3}$

L'équation a deux solutions : $-\frac{2}{3}$ et $-\frac{1}{3}$.
On note : $S=\left\{-\frac{2}{3}\,;\,-\frac{1}{3}\right\}$.

c) $5x^2-4x=0$
$x(5x-4)=0$
Soit : $x=0$ ou $5x-4=0$

$5x=4$

$$x = \frac{4}{5}$$

L'équation a deux solutions : 0 et $\frac{4}{5}$.

On note : $S = \left\{0 ; \frac{4}{5}\right\}$.

Partie 3 : Équation de la forme $x^2 = a$

Propriété : Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2 = a$ dépendent du signe de a.
Si $a < 0$, alors l'équation n'a pas de solution.
Si $a = 0$, alors l'équation possède une unique solution qui est 0.
Si $a > 0$, alors l'équation possède deux solutions qui sont $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$.

Démonstration :

- Si $a < 0$, l'équation n'a pas de solution car un carré est toujours positif.
- Si $a = 0$, alors l'équation s'écrit $x^2 = 0$ donc $x = 0$.
- Si $a > 0$: $x^2 = a$ équivaut à : $x^2 - a = 0$
  Soit $\left(x - \sqrt{a}\right)\left(x + \sqrt{a}\right) = 0$
  $x - \sqrt{a} = 0$ ou $x + \sqrt{a} = 0$

L'équation possède deux solutions : $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$.

Méthode : Résoudre une équation de la forme $x^2 = a$

Vidéo https://youtu.be/ef15aeQRs6w

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :
a) $x^2 = 16$ b) $x^2 = -8$ c) $(x + 2)^2 = 9$.

Partie 4 : Équation-quotient

➤ Équation du type : $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$, où $P(x)$ et $Q(x)$ sont des expressions littérales ($Q(x) \neq 0$).

Propriété : Si $\frac{A}{B} = 0$ alors $A = 0$ et $B \neq 0$.

Exemple :

L'équation $\frac{x+2}{x+3} = 0$ a pour solution $x = -2$.

Méthode : Résoudre une équation-quotient

Vidéo https://youtu.be/zhY1HD4oLHg

Vidéo https://youtu.be/OtGN4HHwEek

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

a) $\frac{3x+5}{x-1} = 0$ b) $\frac{(2x+1)(x-3)}{x-4} = 0$ c) $\frac{x^2-9}{x+3} = 0$ d) $\frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{x-3}$

e) *Pour les experts :* $1 - \frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{2-x}$

Correction