

VARIATIONS D'UNE FONCTION

- ▶ Tout le cours sur les variations en vidéo : <https://youtu.be/i8aYSlidNlk>
- ▶ Tout le cours sur les fonctions affines en vidéo : https://youtu.be/n5_pRx4ozlg

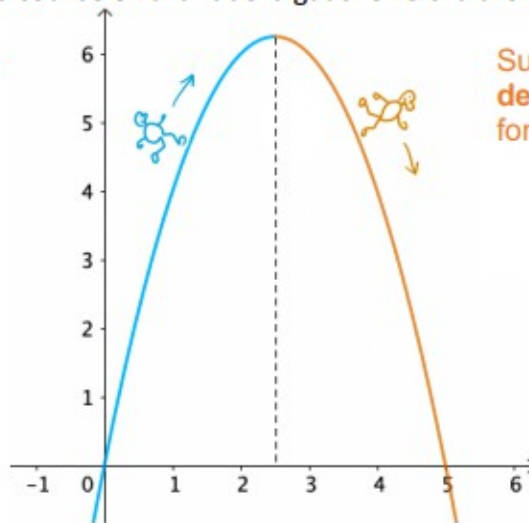
Partie 1 : Fonctions croissantes et fonctions décroissantes

1. Définitions

On a représenté ci-dessous dans un repère la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$.

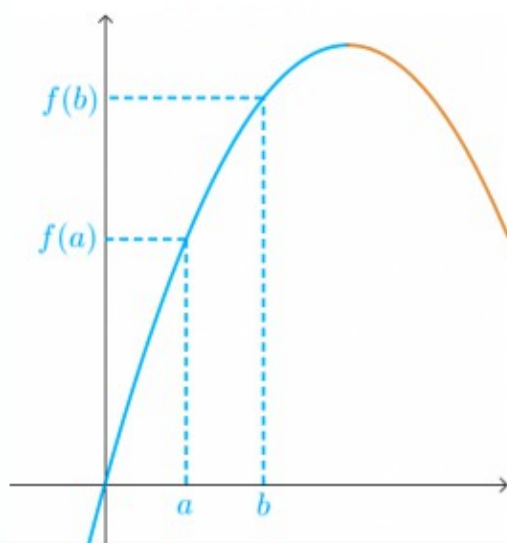
Lorsqu'on se promène sur la courbe en allant de la gauche vers la droite :

Sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$, on **monte**, on dit que la fonction est **croissante**.

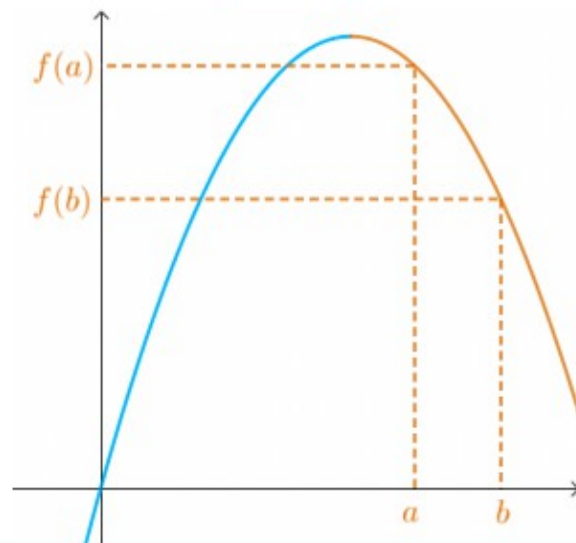


Sur l'intervalle $[2,5 ; 5]$, on **descend**, on dit que la fonction est **décroissante**.

Définitions : Sur un intervalle I ,
- une fonction f est **croissante**,
si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$.



- une fonction f est **décroissante**,
si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$.

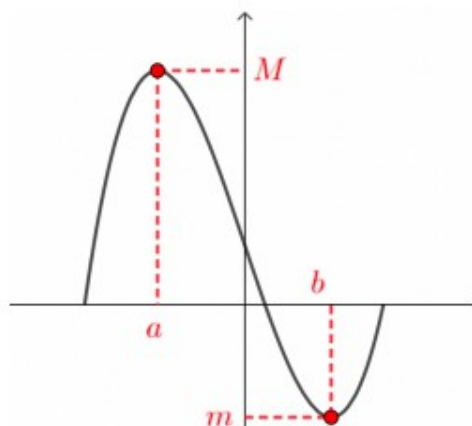


Remarques :

- Pour une fonction f : on a toujours $f(a) = f(b)$.
- Dire que f est signifie que f est soit croissante, soit décroissante.
- On dit qu'une fonction croissante conserve l'ordre et qu'une fonction décroissante renverse l'ordre.

2. Maximum et minimum

Définitions : Sur un intervalle I ,
- une fonction f admet un **maximum** M en a , si pour tout x , $f(x) \leq f(a) = M$.
- une fonction f admet un **minimum** m en b , si pour tout x , $f(x) \geq f(b) = m$.



Remarque : Un minimum ou un maximum s'appelle un **extremum**.

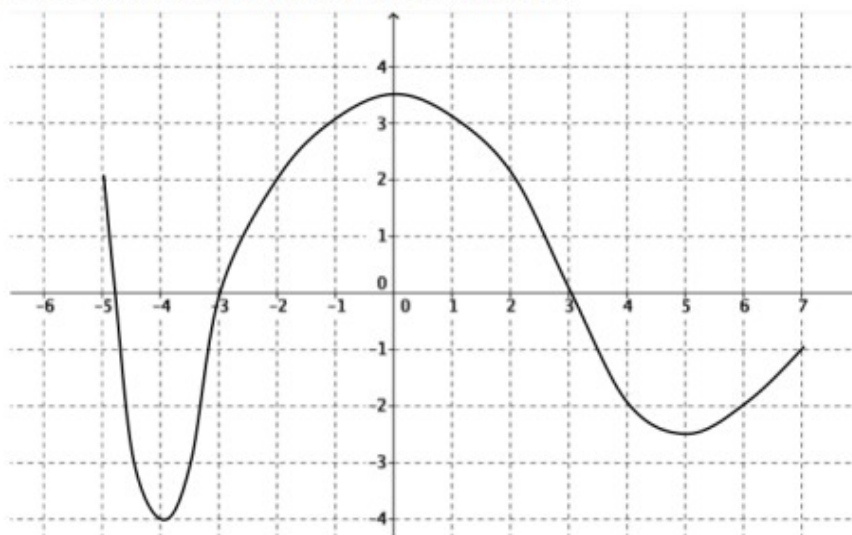
3. Tableau de variations

Un tableau de variations résume les variations d'une fonction en faisant apparaître les intervalles où elle est monotone.

Méthode : Déterminer graphiquement les variations d'une fonction et dresser le tableau de variations

 Vidéo <https://youtu.be/yGqgoBMq8Fw>

On considère la représentation graphique la fonction f :



- Sur quel intervalle la fonction f est-elle définie ?
- Donner les variations de la fonction.
- Donner les extremums de la fonction en précisant où ils sont atteints.
- Résumer les résultats précédents dans un tableau de variations.

Correction :

Partie 2 : Cas des fonctions affines

1. Définitions

Définitions : Une **fonction affine** f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$, où a et b sont deux nombres réels.

Lorsque $b = 0$, la fonction f définie par $f(x) = ax$ est une

Exemples :

- Fonction affine : $f(x) = -x + 6$
- Fonction linéaire : $g(x) = -\frac{2}{7}x$

2. Variations

Propriété : Soit f une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$.

Si $a > 0$, alors f est

Si $a < 0$, alors f est

Si $a = 0$, alors f est

Méthode : Déterminer les variations d'une fonction affine

 Vidéo <https://youtu.be/9x1mMKopdI0>

Déterminer les variations des fonctions affines suivante :

a) $f(x) = 3x + 2$ b) $g(x) = 7 - 6x$ c) $h(x) = -x$

Correction

3. Représentation graphique

Propriétés :

- Une fonction affine est représentée par une droite.
- Une fonction linéaire est représentée par une droite passant par l'origine du repère.

Soit la fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$.

a s'appelle le **coefficient directeur**

b s'appelle l'**ordonnée à l'origine**.

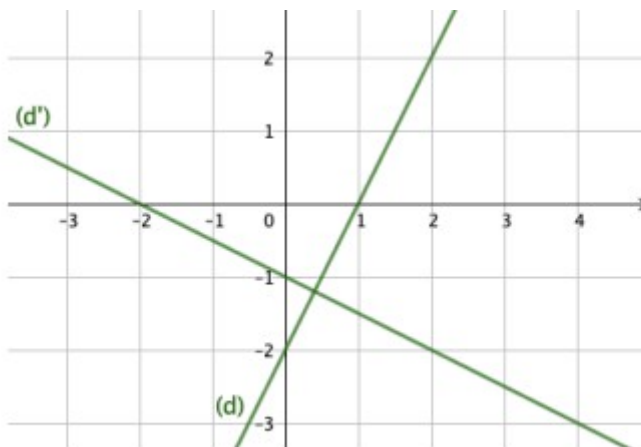
Méthode : Déterminer graphiquement une fonction affine

▶ Vidéo <https://youtu.be/OnnrfqztpTY>

▶ Vidéo <https://youtu.be/fq2sXpbdJQg>

▶ Vidéo <https://youtu.be/q68CLk2CNik>

Déterminer graphiquement l'expression des fonctions f et g représentées respectivement par les droites (d) et (d').



Propriété des accroissements : Soit la fonction affine f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$ et deux nombres réels distincts m et n .

$$\text{Alors : } a = \frac{f(m) - f(n)}{m - n}$$

Démonstration :

Méthode : Déterminer l'expression d'une fonction affine

▶ Vidéo <https://youtu.be/ssA9Sa3yksM>

▶ Vidéo <https://youtu.be/0jX7iPWCWI4>

Déterminer par calcul une expression de la fonction f telle que :
 $f(-2) = 4$ et $f(3) = 1$.

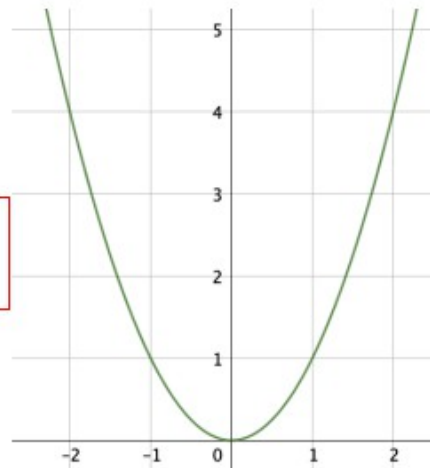
Partie 3 : Cas des fonctions de référence

1. Variations de la fonction carré

▶ Vidéo <https://youtu.be/B3mM6LYdsF8>

Propriété :

La fonction carré est décroissante sur l'intervalle $] -\infty ; 0]$ et croissante sur l'intervalle $[0 ; +\infty [$.

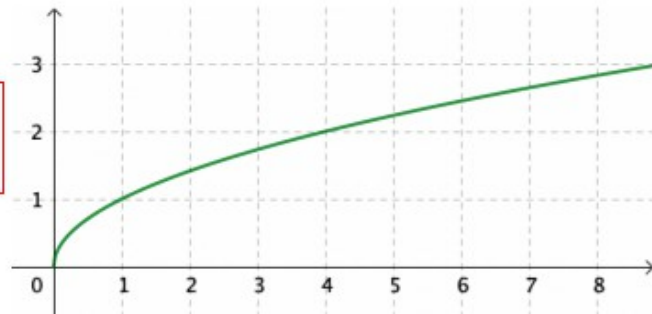


Démonstration :

3. Variations de la fonction racine carrée

📺 Vidéo <https://youtu.be/qj-liz8TvZ4>

Propriété : La fonction racine carrée est strictement croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$.



4. Variations de la fonction cube

📺 Vidéo https://youtu.be/PRSDu_PgCZA

Propriété : La fonction cube est strictement croissante sur \mathbb{R} .

Propriété : $a < b$ est équivalent à $a^3 < b^3$

En effet, la fonction cube étant croissante, l'ordre est conservé.

