

NOMBRES RÉELS

(Partie I)

▶ Tout le cours sur les ensembles de nombres en vidéo : <https://youtu.be/kL-eMNZiARM>



I. Nombres décimaux, nombres rationnels

▶ Vidéo <https://youtu.be/pKxTaignyHg>



1. Nombres décimaux

Un nombre décimal est un nombre de la forme $\frac{a}{10^p}$, avec a entier et p entier naturel.

Un nombre décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

L'ensemble des **nombres décimaux** est noté \mathbb{D} .

Exemples :

$$0,56 \in \mathbb{D} ; \quad 3 \in \mathbb{D} ; \quad \frac{1}{3} \in \mathbb{D} ; \quad \frac{3}{4} \in \mathbb{D}$$

2. Nombres rationnels

Un nombre rationnel est un nombre sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec a un entier et b un entier non nul.

L'ensemble des **nombres rationnels** est noté \mathbb{Q} .

Exemples :

$$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q} ; \quad 4 \in \mathbb{Q} ; \quad -4,8 \in \mathbb{Q} ; \quad \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}.$$

Démonstration au programme :

▶ Vidéo <https://youtu.be/SHRo1ISyIXI>



Démontrons que le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal :

On va effectuer une démonstration par l'absurde en supposant que $\frac{1}{3}$ est décimal.

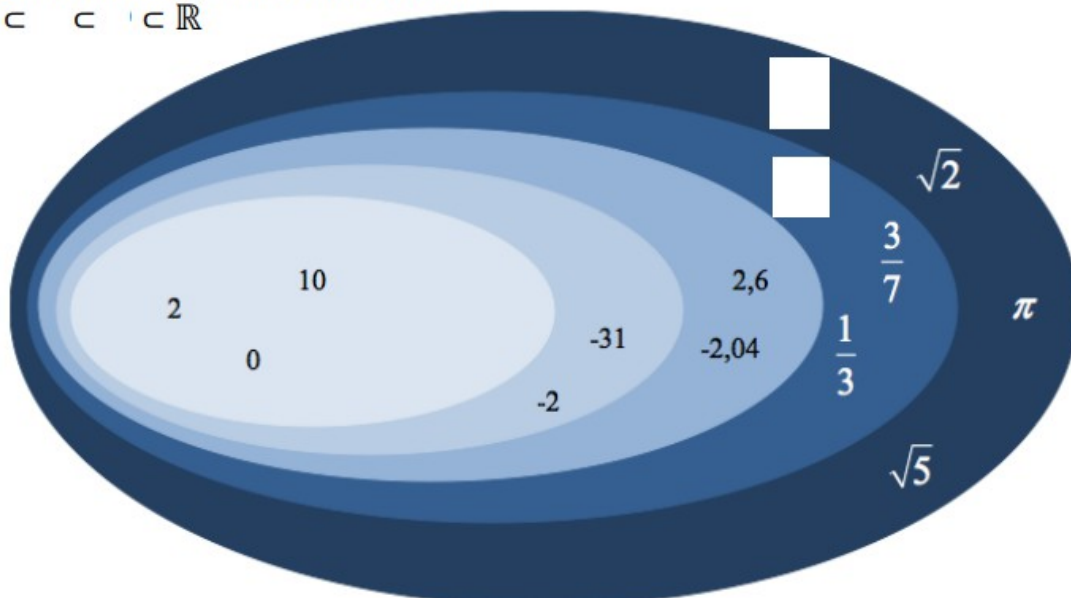
2. Classification des nombres

Tous les nombres de l'ensemble des entiers naturels \mathbb{N} appartiennent à l'ensemble des entiers relatifs \mathbb{Z} .

On dit que l'ensemble \mathbb{N} est inclus dans l'ensemble \mathbb{Z} . On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

On a également les inclusions suivantes :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



3. Les nombres irrationnels

Définition : Un nombre réel qui n'est pas rationnel est dit _____

Exemples : $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ou encore π sont des nombres _____

Démonstration au programme : Irrationalité de $\sqrt{2}$

On va effectuer une démonstration par l'absurde en supposant que $\sqrt{2}$ est rationnel. Si notre démonstration aboutit à une absurdité, cela prouvera que notre hypothèse de départ est fausse.

Déterminer un arrondi d'un nombre :

Vidéo <https://youtu.be/53VOST9yJfg>



Méthode : Donner un encadrement d'un nombre réel

Vidéo <https://youtu.be/sJIXJT3fdcU>



A l'aide de la calculatrice donner un encadrement à 10^{-3} de $\sqrt{2}$ et de $\sqrt{3}$.

La calculatrice affiche des valeurs approchées :

$\sqrt{2}$

.....
 $\sqrt{3}$

.....
◀

On a alors les encadrements à 10^{-3} : $\quad < \sqrt{2} < \quad$ et $\quad < \sqrt{3} < \quad$