FONCTION INVERSE

I. Définition et allure de la courbe

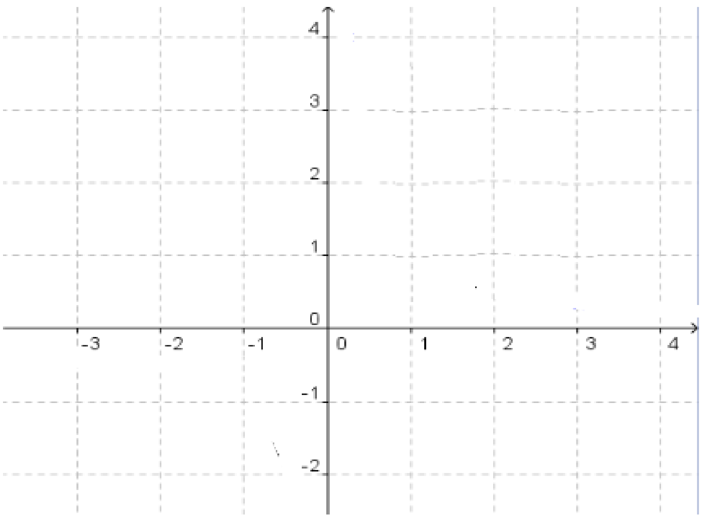
Vidéo https://youtu.be/VI2rlbFF22Y

1) Définition

Définition : La **fonction inverse** f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par $f(x) =$

2) Représentation graphique

x	-2	-1	0,25	1	2	3
$f(x)$						



Remarque :

La courbe d'équation $y = \frac{1}{x}$ de la fonction inverse, appelée de centre O, est symétrique par rapport à ________

II. Dérivée et sens de variation

1) Dérivée

Propriété : La dérivée de la fonction inverse f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par $f'(x) =$

2) Variations

Propriété : La fonction inverse est ____________ sur $]-\infty\,;0[$ et sur $]0\,;+\infty[$.

Démonstration :

Pour tout x de $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, $f'(x) =$.

Donc f est sur $]-\infty\,;0[$ et sur $]0\,;+\infty[$.

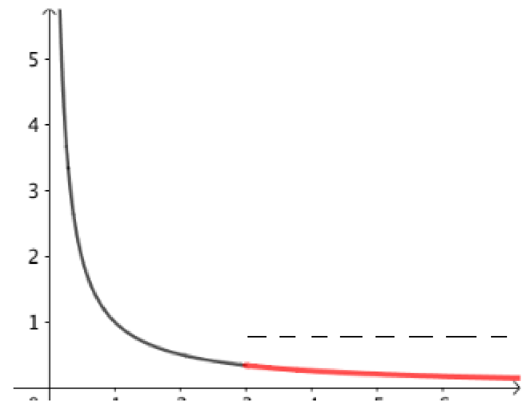
III. Comportement de la fonction inverse aux bornes de son ensemble de définition

1) En $+\infty$

On s'intéresse aux valeurs de $f(x)$ lorsque x devient de plus en plus grand.

x	5	10	100	10000	…
$f(x)$					?

On constate que $f(x)$



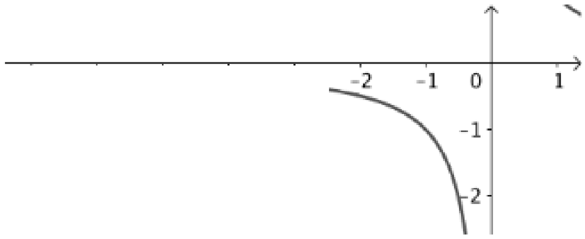
2) En $-\infty$

On s'intéresse aux valeurs de $f(x)$ lorsque x devient de plus en plus « grand dans les négatifs »

x	…	-10000	-100	-10	-5
$f(x)$	?				

On constate que $f(x)$ se rapproche de lorsque x devient de plus en plus « grand dans les négatifs ».

On dit que la limite de f lorsque x tend vers $-\infty$ est égale à 0 et on note :



On dit que l'axe des abscisses est une   à la courbe de la fonction inverse en $-\infty$ et en $+\infty$.

Exercice résolu A — Conjecturer le comportement aux bornes d'une fonction

La fonction f est donnée par la formule :

$$f(x) = \frac{-1}{x} + 2.$$

1 Avec votre calculatrice, compléter le tableau suivant :

x	10	100	1 000	10 000
$\frac{-1}{x} + 2$	……	……	……	……

2 Que peut-on conjecturer du comportement de la fonction en $+\infty$?

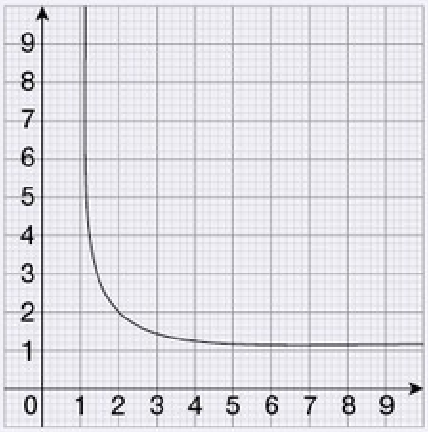
3 Faire un tableau pour conjecturer le comportement de la fonction en $-\infty$.

Exercice résolu B — Dessiner une asymptote et donner son équation

La courbe de la fonction f est donnée ci-contre.

Graphiquement, tracer les deux droites asymptotes à la courbe.

Donner leurs équations.



Exercice résolu C — Identifier graphiquement une droite comme étant une asymptote

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = -1 + \dfrac{1}{x}$.

À l'aide de votre calculatrice graphique (ou du logiciel Geogebra) répondez à la question suivante : la droite d'équation $y = 1$ est-elle asymptote à la courbe représentative de la fonction f en $+\infty$?

Exercice résolu D — Calculer la dérivée et étudier son signe

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}^*$, elle est donnée par la formule $f(x) = \dfrac{-1}{x} + 2x$.

1 Calculer la dérivée de la fonction f.

2 Montrer que la dérivée de la fonction f peut s'écrire aussi $f(x) = \dfrac{1+2x^2}{x^2}$.

3 Étudier le signe de la dérivée.

4 Donner le tableau des variations de la fonction f sur son intervalle de définition.