PROBABILITÉS CONDITIONNELLES

Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/5oBnmZVrOXE

Partie 1 : Probabilités conditionnelles et tableaux

Définition :
On appelle ________________________________ , la probabilité que l'événement se réalise sachant que l'événement est réalisé. On la note :

Remarque : On rappelle que, comme pour les probabilités simples, on a :

Méthode : Calculer une probabilité conditionnelle à l'aide d'un tableau

Vidéo https://youtu.be/7tS60nk6Z2I

Un laboratoire pharmaceutique a réalisé des tests sur 800 patients atteints d'une maladie. Certains sont traités avec le médicament A, d'autres avec le médicament B. Le tableau présente les résultats de l'étude :

	Médicament A	Médicament B	Total
Guéri	383	291	674
Non guéri	72	54	126
Total	455	345	800

1) On choisit au hasard un patient et on considère les évènements suivants :
A : « Le patient a pris le médicament A. »
G : « Le patient est guéri. »
Calculer : a) $P(A)$ b) $P(G)$ c) $P(G \cap A)$ d) $P(\bar{G} \cap A)$

2) a) On choisit maintenant au hasard un patient guéri.
Calculer la probabilité que le patient ait pris le médicament A **sachant qu'**il est guéri.
b) On choisit maintenant au hasard un patient traité par le médicament B.
Calculer la probabilité que le patient soit guéri **sachant qu'**il a pris le médicament B.

Correction

Propriété :

Méthode : Calculer une probabilité conditionnelle à l'aide de la formule

Vidéo https://youtu.be/SWmkdKxXf_I

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.
Soit l'événement : « Le résultat est un pique ».
Soit l'événement : « Le résultat est un roi ».
Calculer , la probabilité que le résultat soit un roi sachant qu'on a tiré un pique.

Correction

Remarque :

Partie 2 : Arbre pondéré et probabilités totales

1) Propriétés

Formules : Soit et deux événements avec .

-

-

2) Construire un arbre pondéré

Exemple :

▶ **Vidéo** https://youtu.be/Pc5kJBkPDbo

On donne : $P(A) = 0{,}4$, $P_A(B) = 0{,}3$ et $P_{\bar{A}}(B) = 0{,}2$

Reporter ces probabilités en arbre de probabilités.

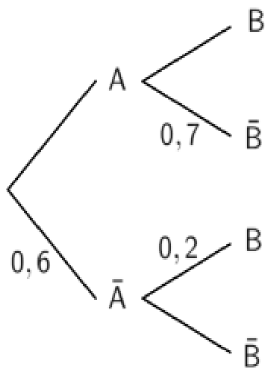
Méthode : Construire un arbre pondéré

Vidéo https://youtu.be/o1HQ6xJ7o4U

On donne l'arbre pondéré ci-contre.

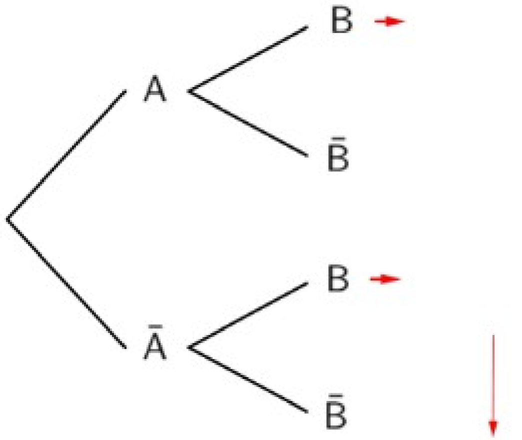
a) Traduire les données de l'arbre sous forme de probabilités.

b) À l'aide de l'arbre, calculer $P(A)$, $P_{\bar{A}}(\bar{B})$ et $P(A \cap \bar{B})$.



Correction

Propriété :



P(B) = +

(Formule des probabilités totales)

3) Formule des probabilités totales

Méthode : Appliquer la formule des probabilités totales

Vidéo **https://youtu.be/qTpTBoZA7zY**

Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.
Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 2 % est porteur de la maladie. On obtient les résultats suivants :
– si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
– si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.
On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour toute la population et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.
On note respectivement et les événements « Être porteur de la maladie » et « Avoir un test positif ».

a) Un animal est choisi au hasard. Quelle est la probabilité que son test soit positif ?
b) Si le test du bovin est positif, quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

D'après BAC S, Antilles-Guyanne 2010

Correction

Partie 3 : Probabilités et indépendance

Définition : On dit que deux événements et de probabilité non nulle sont **indépendants** lorsque ou .

Exemples :

Exemples :

a) On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.
Soit R l'événement : « On tire un roi ».
Soit T l'événement : « On tire un trèfle ».

On a : $P(R) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.
Par ailleurs, $P_T(R)$ est la probabilité de tirer un roi parmi les trèfles. On a alors :
$P_T(R) = \frac{1}{8}$
Ainsi, $P_T(R) = P(R)$.
Les événements R et T sont donc indépendants.

b) On reprend l'expérience précédente en ajoutant deux jokers au jeu de cartes.
Ainsi :
$P(R) = \frac{4}{34} = \frac{2}{17}$.
$P_T(R) = \frac{1}{8}$
Ainsi, $P_T(R) \neq P(R)$.
Les événements R et T ne sont donc pas indépendants.

Méthode : Utiliser l'indépendance de deux événements

Vidéo https://youtu.be/fcmwzbnz2F4

Dans une population, un individu est atteint par la maladie avec une probabilité égale à 0,005 et par la maladie avec une probabilité égale à 0,01.
On choisit au hasard un individu de cette population.
Soit l'événement "L'individu a la maladie ".
Soit l'événement "L'individu a la maladie ".
On suppose que les événements et sont indépendants.
a) Calculer la probabilité qu'un individu soit atteint par les deux maladies.
b) Calculer . Interpréter le résultat.

Correction