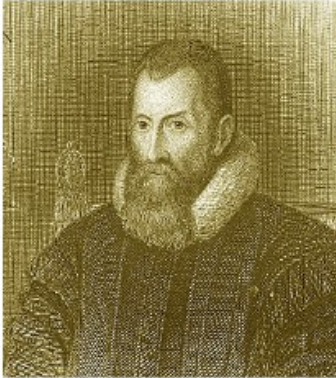


FONCTION LOGARITHME DÉCIMAL



En 1614, un mathématicien écossais, *John Napier* (1550 ; 1617) ci-contre, plus connu sous le nom francisé de *Neper* publie « *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* ».

Dans cet ouvrage, qui est la finalité d'un travail de 20 ans, *Neper* présente un outil permettant de simplifier les calculs opératoires : le logarithme.

Neper construit le mot à partir des mots grecs « logos » (logique) et arithmos (nombre).

Toutefois cet outil ne trouvera son essor qu'après la mort de *Neper*. Les mathématiciens anglais *Henri Briggs* (1561 ; 1630) et *William Oughtred* (1574 ; 1660) reprennent et prolongent les travaux de *Neper*.

Les mathématiciens de l'époque établissent alors des tables de logarithmes de plus en plus précises.

L'intérêt d'établir ces tables logarithmiques est de permettre de substituer une multiplication par une addition (partie 2). Ceci peut paraître dérisoire aujourd'hui, mais il faut comprendre qu'à cette époque, les calculatrices n'existent évidemment pas, les nombres décimaux ne sont pas d'usage courant et les opérations posées telles que nous les utilisons ne sont pas encore connues. Et pourtant l'astronomie, la navigation ou le commerce demandent d'effectuer des opérations de plus en plus complexes.

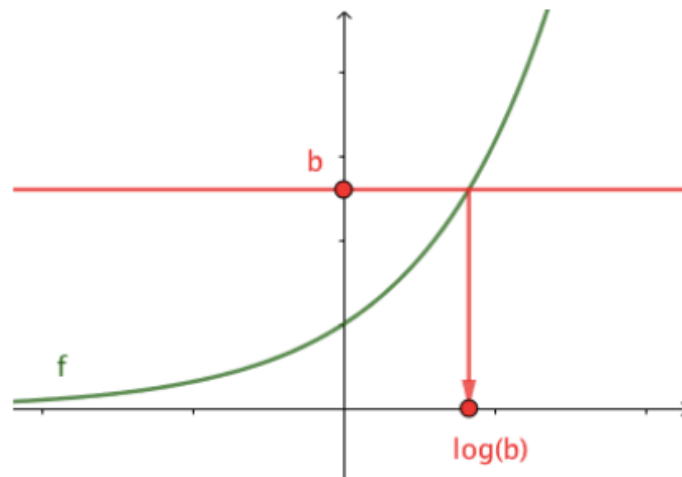
Partie 1 : Fonction exponentielle de base 10 et fonction logarithme décimal

1) Définition

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 10^x$.

L'équation $10^x = b$, avec $b > 0$, admet une unique solution dans $\mathbb{R}$.

Cette solution se note $\log(b)$.



Définition : On appelle $\log(b)$ d'un réel strictement positif b , l'unique solution de l'équation $10^x = b$. On la note $\log(b)$.

Méthode : Simplifier une expression contenant des logarithmes

▶ Vidéo <https://youtu.be/qdYQQlhz-AQ>



a) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \log(2 - \sqrt{2}) + \log(2 + \sqrt{2})$$

$$B = 2 \log(3) + \log(2) - 4 \log(3)$$

$$C = \log(10^3) + \log\left(\frac{1}{5}\right)$$

b) On donne : $\log(a) = 3$.

Calculer $\log(a^2)$, $\log(a^3)$ et $\log(10a)$.

Partie 2 : Propriétés d'opération de la fonction logarithme décimal

Propriétés : Pour $a > 0$ et $b > 0$:

1) $\log(a \times b) =$

2) $\log\left(\frac{a}{b}\right) =$

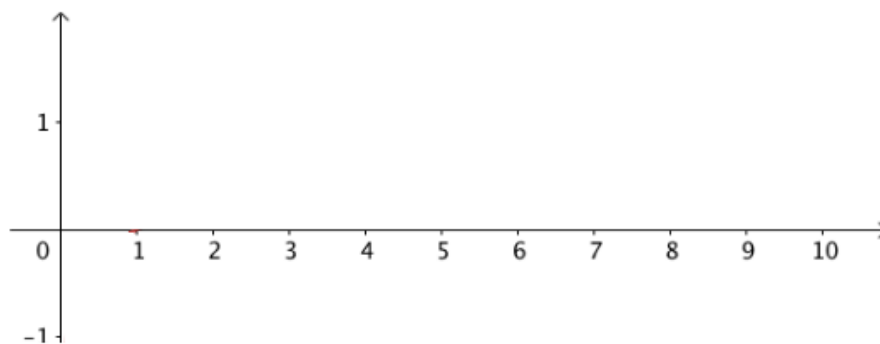
3) $\log\left(\frac{1}{b}\right) =$

4) Pour n entier naturel : $\log(a^n) =$

$$\log(\text{😬}) = \text{💧} \log(\text{😬})$$

Correction :

2) Sens de variation



Propriété : La fonction logarithme décimal $x \mapsto \log(x)$ est

Valeurs particulières : $\log(1) =$; $\log(10) =$; $\log\left(\frac{1}{10}\right) =$

3) Propriétés

Propriétés :

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Partie 3 : Équations et inéquations

Propriétés : Pour $a > 0$ et $b > 0$:

1) $\log(a) = \log(b)$ revient à

2) $\log(a) < \log(b)$ revient à

Méthode : Résoudre une équation ou une inéquation

▶ Vidéo <https://youtu.be/WD2J0woQom0>

▶ Vidéo <https://youtu.be/scxbiV4VEak>

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $6^x = 2$

b) Résoudre dans $]0 ; +\infty[$ l'équation : $x^5 = 3$

c) Résoudre dans $]0 ; +\infty[$ l'inéquation : $x^{0,1} < 10$.

Correction



Propriété : Pour $x > 0$:

$x^n = a$ revient à

Propriété : Pour $x > 0$:

$x^n < a$ revient à

Remarque :

$a^{\frac{1}{n}}$ est appelé la **racine n -ième** de a et peut se noter .

- $3^{\frac{1}{5}}$ se lit "*racine cinquième de 3*" et peut se noter
- On a également : Si $x^2 = a$ alors :

Partie 4 : Taux d'évolution moyen

Méthode : Calculer un taux d'évolution moyen

📺 Vidéo <https://youtu.be/8oclhl-SFuQ>



Entre 2012 et 2015, le prix du gaz a augmenté de 25 %. Calculer le taux d'évolution moyen annuel.

Correction

Partie 5 : L'échelle logarithmique

Une échelle logarithmique est un système de graduation où les graduations principales sont les termes d'une suite géométrique de raison 10 :

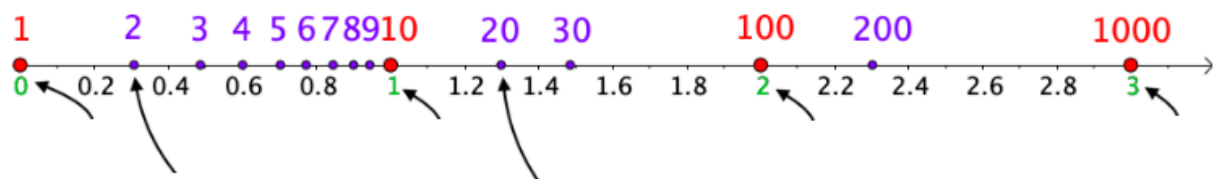
1, 10, 100, 1 000, ...



Pour graduer entre 1 et 10, on calcule $\log(2)$, $\log(3)$, ..., $\log(9)$.

On fait de même entre 10 et 100, entre 100 et 1 000, ...

→ Au-dessus de l'axe, on a les graduations logarithmiques.



→ En dessous de l'axe, on a les graduations linéaires.

Échelle logarithmique :

